

$$(x^2+x+1)(x^2+x+2)=12$$

Перенесем все в левую часть.

$$(x^2+x+1)(x^2+x+2)-12=0$$

Произведем замену переменных.

$$\text{Пусть } t=x^2+x$$

В результате замены переменных получаем вспомогательное уравнение.

$$(t+1)(t+2)-12=0$$

Раскрываем скобки.

$$(t^2+2t+t+2)-12=0$$

Приводим подобные члены.

$$(t^2+3t+2)-12=0$$

Раскрываем скобки.

$$t^2+3t+2-12=0$$

Приводим подобные члены.

$$t^2+3t-10=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=3^2-4\cdot 1\cdot (-10)=49$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1=\frac{-3-7}{2\cdot 1}=-5; t_2=\frac{-3+7}{2\cdot 1}=2$$

Ответ вспомогательного уравнения: $t=-5; t=2$

В этом случае исходное уравнение сводится к уравнению

$$x^2+x=-5; x^2+x=2$$

Теперь решение исходного уравнения разбивается на отдельные случаи.

Случай 1.

$$x^2+x=-5$$

Перенесем все в левую часть.

$$x^2+x+5=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=1^2-4\cdot 1\cdot 5=-19$$

Дискриминант отрицателен, значит уравнение не имеет действительных корней.

Итак, ответ этого случая: нет решений

Случай 2.

$$x^2+x=2$$

Перенесем все в левую часть.

$$x^2+x-2=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=1^2-4\cdot 1\cdot (-2)=9$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-1-3}{2\cdot 1}=-2; x_2=\frac{-1+3}{2\cdot 1}=1$$

Итак, ответ этого случая: $x=-2; x=1$

Ответ:

$$x=-2; x=1$$